Gruppe A Klausur – Mathematik II

Klausurdauer 90 Minuten; Maximale Punktzahl 100; Bestanden ab 50 Punkten; Erreichbare Punkte hinter Aufgaben in Klammern; Hilfsmittel: Taschenrechner, Vorlesungsmitschrift, Formelsammlung, Mathematikbücher.

1. Man berechne:

$$\int_{2}^{4} 2x^{2} \sqrt{x^{3} - 8} dx = ?$$
 (10 Punkte)

2. Gegeben sind die 3 Punkte:

$$A = (-1,2,-1)$$
; $B = (3,1,-3)$; $C = (4,-1,1)$

- a.) Wo schneidet die Verbindung AB die xz-Ebene?
- b.) Wie lautet eine Gleichung der Mittelsenkrechte auf der Verbindung BC?
- c.) Welcher der drei Punkte hat den größten Abstand zum Ursprung? (15 Punkte 6/6/3)
- 3. Man führe die Matrixmultiplikationen AB und $A^{T}B$ aus, sofern möglich. (11 Punkte 5/6)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -1 \\ a \\ 2 \end{pmatrix}$$

4. Ein Sportplatz bestehend aus einem rechteckigen Spielfeld mit an den Stirnseiten aufgesetzten Halbkreisen wird neu vermessen. Dabei kommt man für die rechteckige Spielfläche (*a* = Längsseite) zu folgendem Ergebnis:

$$a = 101m \pm 2\%$$
 $b = 64m \pm 2m$

Welcher Wert ergibt sich für die Länge der umlaufenden Bahn (Gesamtumfang), und wie groß ist der zu erwartetende Fehler? Liegt der geforderte Wert von 400m im Toleranzbereich? (12 Punkte)

5. Man bestimme *a*: (10 Punkte)

$$\begin{vmatrix} 0 & a & 1 \\ -a & 1 & 1 \\ 1 & a & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -a & -1 \\ 1 & a \end{vmatrix}$$

6. Man entwickle die nachfolgende Funktion in eine Potenzreihe um den Ursprung (McLaurin-Reihe) bis zur dritten Ordnung. Abschließend ist der Wert von $\sqrt{0.5}$ exakt und über die aufgestellte Reihenfunktion näherungsweise zu bestimmen. (15 Punkte)

$$f(x) = \sqrt{x+1}$$

7. 1g Schokolade (S) besitze 6kcal, 1g Gummibärchen (G) 5kcal und 1g Müsliriegel (M) 4kcal. In langen empririschen Studien habe man herausgefunden, dass sich das Glücksgefühl "*Happy*" beim Konsum der Süssigkeiten nach der Formel

$$Happy = SG\sqrt{M}$$

berechnet

Wie ist die Kombination an diesen Süssigkeiten zu wählen, wenn man ein maximales Glücksgefühl erzielen möchte, aber insgesamt nur 2400kcal zu sich nehmen darf? Das Verhältnis Gummibärchen zu Müsliriegel muss in jedem Fall 4:1 sein. (Max./Min-Prüfung nicht notwendig!) (15 Punkte)

8. Man berechne die Grenzwerte sofern möglich (**gesamt 12 Punkte**):

$$\lim_{n\to 0} \frac{(\sin 2n)^2}{n} = ? (6) \lim_{n\to \infty} \frac{\sqrt{4n^2 - n}}{2n - 1} = ? (6)$$

Viel Erfolg!