

Klausur - Mathematik I

Allgemeines:

Klausurdauer 90 Minuten; Maximale Punktzahl 100; Bestanden ab 50 Punkten; Erreichbare Punkte hinter Aufgaben in Klammern; Hilfsmittel: Taschenrechner, Vorlesungsmitschrift, Formelsammlung, Mathematikbücher.

1. Von $f(x) = \frac{2x^2}{x-1} + \frac{4}{2x+2}$ sind zu bestimmen: **(gesamt 12 Punkte)**

- a.) Der Definitionsbereich **(2)**
- b.) Der y-Achsenabschnitt **(2)**
- c.) Die Steigung am y-Achsenabschnitt **(8)**

2. Man bestimme zu $f(x)$ die Umkehrfunktion **(8 Punkte)**

$$f(x) = 4e^{\frac{2x+2}{3}}$$

3. Fritzchen trifft Erna und behauptet. ‚Ich kenne 3 Zahlen, die zusammengezählt 45 ergeben. Außerdem ist die erste Zahl doppelt so groß wie die zweite Zahl. Egal welche Zahlen Du mir nennst; wenn ich meine drei Zahlen (24, 12 und 9) miteinander malnehme, wird mein Ergebnis immer größer sein, als mit den Zahlen, die Du Dir ausdenkst‘. Daraufhin Erna: ‚Du hast Unrecht! Ich kenne eine Zahlenkombination, die ein größeres Ergebnis liefert, welches Du niemals überbieten kannst!‘

Hat Erna Recht, und falls ja, wie lautet das Ergebnis?

Achtung: Ohne Rechnung keine Punkte oder Teilpunkte!

(15 Punkte)

4. Man berechne **(gesamt 12 Punkte):**

a.) $\int_{-\pi}^{\pi} 1 + \sin x dx = ?$ **(6 Punkte)**

b.) $\int \frac{2}{x^2} - \frac{2}{x} dx = ?$ **(6 Punkte)**

5. Man löse die Gleichung:

$$10^{6x+10} = 100^{x^2+1} \quad \textbf{(8 Punkte)}$$

6. Gegeben ist die Funktion $f(x) = \sqrt{2x+1} - ax$ **(gesamt 15 Punkte):**

a.) Man bestimme den Definitionsbereich **(3 Punkte)**

b.) Man bestimme $f'(1)$ **(5 Punkte)**

c.) Man bestimme $f''(1)$ **(7 Punkte)**

7. Man bestimme die Grenzwerte **(gesamt 15 Punkte)::**

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n^2 - 2)^2}{(n+1)(n+2)} = ? \quad \textbf{(8 Punkte)}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an - (3n+3)^2}{2n^3} = ? \quad \textbf{(7 Punkte)}$$

8. Wo schneiden sich $f(x) = x^3$ und $g(x) = x^2 + 4x - 4$?

(15 Punkte)

Achtung: Es können durchaus mehrere Schnittpunkte existieren!

Viel Erfolg!