

Klausur Mathematik

1. Die Funktion $f(x) = 2\ln\left(\frac{1}{2}x + 1\right)$ ist in eine Potenzreihe mit der Entwicklungsmittelpunkt um den Ursprung bis zur dritten Ordnung zu entwickeln. Man vergleiche für $x=0.1$ den exakten Wert mit dem Näherungswert der Potenzreihe. **(14 Punkte)**

2. Gegeben sind die Geraden $f: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} -1 \\ b \\ 2 \end{pmatrix}$ und $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ -a \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \gamma \begin{pmatrix} 2 \\ a \\ 1 \end{pmatrix}$

- a.) Man bestimme die Gleichung einer beliebigen Geraden, die senkrecht zu f und g verläuft?
 b.) Wie lautet die Gleichung einer Ebene, in der f und g verläuft?
 c.) Man überprüfe, ob der Punkt $Q(-1; 0; 1,5)$ auf f oder g liegt? **(gesamt 16 Punkte)**

3. Man berechne die Grenzwerte: **(gesamt 16 Punkte)**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2e^{-x} - x}{2x^2 + 1} = ? \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(2ax)}{\frac{-1}{x}} = ?$$

4. Gegeben sind die nachfolgenden Punkte A , B und C . **(gesamt 12 Punkte)**
 a. Wie groß ist der Abstand der Mittelpunkte der Verbindung AB und der Verbindung BC ?
 b. Wenn man die Geraden AB und BC bildet, welchen Winkel nehmen die beiden Geraden zueinander ein?

$$A = (1; -2; 1); B = (-1; 2; 0); C = (4; 2; 1)$$

5. Welche Gerade läuft parallel zur xz -Ebene und schneidet die y -Achse an der Stelle $y=5$? Man gebe die Gleichung dieser Geraden an. **(6 Punkte)**

6. Man berechne das Integral **(12 Punkte)**

$$\int \frac{-x - 4}{(x + 2)(x - 2)} dx = ?$$

7. Man berechne das Integral mittels Substitution **(12 Punkte)**

$$\int_4^9 \frac{1}{2} \sqrt{9 - x} dx = ?$$

8. Gegeben sind die Matrizen $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \\ a & 2 \end{pmatrix}$ und $C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Man berechne, sofern möglich:

- a.) CB
 b.) BC^T **(gesamt 12 Punkte)**
 c.) $A^T C$
 e.) $5 \det C$

Viel Erfolg!