Prof. Dr. Martin Przewloka

Übungsblatt Nr.4 (Sommersemester)

Übungsaufgaben:

1. Gegeben sind die Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix}1 & -1 & 1\end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix}4 & -1 & 1\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix}-1 & 0 & 2\\ 1 & 2 & 0\\ 2 & -1 & 1\end{pmatrix}^T$$

   Man berechne sofern möglich:

   a.) AB b.) AB^T c.) BC

2. Die folgende Determinante ist für a = 3 zu lösen:

$$\det A = \begin{vmatrix}a & a-1 & 1\\ 3 & 2 & -1\\ 1 & 1 & 1\end{vmatrix}$$

Hausaufgabe (ehemalige Klausuraufabe):

3. Man bestimme a $\begin{vmatrix}a^2 & a-1 & a\\ 1 & 2 & 1\\ 2 & 1 & 0\end{vmatrix} = -a^2 - 4$

Lösungen Blatt 3 (Sommersemester) :

1a.) Mittelpunkt $M_{AB} = \begin{pmatrix}2{,}5 & 1 & -0{,}5\end{pmatrix}$; Richtungsvektor AB: $\vec{v} = \begin{pmatrix}3\\ -2\\ 5\end{pmatrix}$ - $g: \vec{x} = \begin{pmatrix}2.5\\ 1\\ -0.5\end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix}3\\ -2\\ 5\end{pmatrix}$

1b.) z-Komponente muss ‚0's sein -> $0 = 2{,}5 + 3\lambda$ bzw. $\lambda = -5/6$. -> *S=(0; 8/3;-28/6).*

1c.) Richtungsvektor AB $\vec{v} = \begin{pmatrix}3\\ -2\\ 5\end{pmatrix}$; Richungsvektor BC: $\vec{u} = \begin{pmatrix}-7\\ 1\\ -1\end{pmatrix}$ -> $\cos\alpha = \frac{\vec{u}\vec{v}}{uv} = \frac{-28}{\sqrt{38}\sqrt{51}}$ -> $\alpha = 129{,}5^\circ$

2.) Richtungsvektor AB: $\vec{v} = \begin{pmatrix}3\\ -1\\ -1\end{pmatrix}$. Hierzu beliebiger senkrechter Vektor; wähle: $\vec{u} = \begin{pmatrix}0\\ 1\\ -1\end{pmatrix}$. Damit ergibt sich für die senkrechte Gerade zu AB: $g: \vec{x} = \begin{pmatrix}2\\ 1\\ -1\end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix}0\\ 1\\ -1\end{pmatrix}$ und für bspw. $\lambda = 1$ der 3. Punkt: *C=(2;2;-2).*

3.) Damit die Gerade g senkrecht auf der Ebene E steht müssen **beide!!** Richtungsvektoren der Ebene senkrecht auf dem Richtungsvektor der Gerade stehen (Skalarprodukte = 0)!

Also: $\begin{pmatrix}a\\ 3\\ 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\ 1\\ 4\end{pmatrix} = 0$ und $\begin{pmatrix}1\\ a\\ 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\ 1\\ 4\end{pmatrix} = 0$ Hieraus folgen die Gleichungen: $\begin{matrix}2a + 3 + 8 = 0\\ 2 + a + 4 = 0\end{matrix}$

Man erkennt, dass a= -5,5 und a=-6 wird, es für a keine einheitliche Lösung gibt. D.h., a kann ***nicht*** *so gewählt werden, dass Gerade und Ebene zueinander senkrecht stehen!*