

Übungsblatt Nr.7 (Sommersemester)**Hausaufgaben:**

1. Man berechne das nachfolgende unbestimmte Integral mit der Substitutionsregel:

$$\int_1^4 \frac{\cos(a\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = ?$$

- a.) einfache Variante: Rechnen Sie mit $a=4$
 b.) schwierigere Variante (Klausurschwierigkeitsgrad): Rechnen Sie mit a als Parameter

2. Man berechne unter Anwendung der partiellen Integration:

$$\int_0^1 (x-1)e^x dx = ?$$

3. Gesucht sind 4 Zahlen mit der Eigenschaft, dass ihr Produkt maximal wird. Dabei gelten die folgenden zusätzlichen Randbedingungen:
- a.) Die Summe aller Zahlen ist 40
 b.) 2 Zahlen sind identisch
 c.) Eine der Zahlen ist doppelt so groß wie eine andere

4. Man löse das Maximierungsproblem:

$$\text{Max} : f(x, y) = \sqrt{xy}$$

unter der Nebenbedingung:

$$5x + 25y = 1000$$

5. Ein Student hat zur Bearbeitung von 2 Lektionen insgesamt 20 Stunden Zeit. Wendet er x Stunden für Lektion A und y Stunden für Lektion B auf, so wird sein Erkenntnisgewinn gemessen durch die Funktion:

$$E = \sqrt{x} + \frac{\sqrt{y}}{2}$$

Wie hat er seine verfügbare Zeit auf die beiden Lektionen zu verteilen, damit sein Erkenntnisgewinn maximal wird? Eine Überprüfung auf ein Maximum muss nicht durchgeführt werden.

Lösung Blatt 6 (Sommersemester) :

Zunächst ist eine Polynomdivision durchzuführen, da es sich um eine unecht gebrochen rationale Funktion handelt:

$$\frac{x^2 + 5x - 6}{2x^2 - 8} = \frac{1}{2} - \frac{5x - 2}{2x^2 - 8} \quad \text{Im Folgenden muß zunächst der hintere Bruch weiter zerlegt werden}$$

(Nullstellen des Nenners sind 2 und -2).

$$\frac{5x - 2}{2x^2 - 8} = \frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x+2)} \quad \text{Hieraus folgt: } 5x - 2 = 2A(x+2) + 2B(x-2)$$

Koeffizientenvergleich liefert: $5 = 2A + 2B$ sowie $-2 = 4A - 4B$ woraus folgt:

$$A = 1 \text{ sowie } B = \frac{3}{2}$$

Insgesamt ergibt sich:

$$\int \frac{x^2 + 5x - 6}{2x^2 - 8} dx = \int \frac{1}{2} + \frac{1}{x-2} + \frac{3/2}{x+2} dx = \frac{1}{2}x + \ln|x-2| + \frac{3}{2} \ln|x+2| + c$$