Übungsblatt Nr.5

1. Man bestimme zu *f(x)* sämtliche(!) Nullstellen.

$$f(x) = 2\,\mathbf{sin}(\pi x^2 - 2x)$$

2. Gegeben ist die Funktion: $f(x) = \ln\sqrt{x^2+1}$

   a.) Bestimmen Sie Definitions- und Wertebereich von *f(x)*.
   b.) Berechnen sie die Nullstellen von *f(x)*.
   c.) Über welche Bereiche ist *f(x)* umkehrbar, und wie lauten die entsprechenden Umkehrfunktionen?

Wertebereich: sämtliche Werte (‚y-Werte'), die f(x) annehmen kann!

3. Man löse die Gleichung:
   $4^{2x-1} = 2^{x^2+2}$

Hausaufgaben:

4. Man berechne sämtliche Nullstellen:

$$g(x) = \mathbf{tan}(2x^2 - \pi)$$

5. Wo schneiden sich *f(x)* und *g(x)* ?

$$f(x) = 2\sin x$$

$$g(x) = \frac{-\pi}{2}\cos x$$

Lösungen Blatt 4:

4.) Wegen Bruch im Argument der Wurzel -> Nenner darf nicht Null werden -> $x \neq 1$.
Weiterhin muss das Argument der Wurzel positiv sein -> $\frac{x+2}{x-1} \geq 0$. Hieraus resultieren zwei Fälle beim Lösen der Ungleichung.
a.) $x-1 \geq 0\ bzw.\ \ x \geq 1$: Beim Hochmultiplizieren dieses Terms bleibt die Richtung des Ungleichheitszeichen erhalten, also ergibt sich: $x+2 \geq 0\ bzw.\ \ x \geq -2$. Insgesamt also $x \geq 1$.
b.) $x-1 < 0\ bzw.\ \ x < 1$: Beim Hochmultiplizieren dieses Terms wird die Richtung des Ungleichheitszeichen verändert, also ergibt sich: $x+2 \leq 0\ bzw.\ \ x \leq -2$. Insgesamt also die Lösungsmenge $x \leq -2$
Gesamte Lösung: $x \in \Re : x \leq -2\ oder\ \ x > 1$.
5.) Einsetzen ergibt: $0 = \sqrt{2^3 - a2^2} - 2\ bzw.\ \ 0 = \sqrt{8-4a} - 2$. Auflösen und Quadrieren liefert: $4 = 8 - 4a$ woraus unmittelbar folgt: *a=1*.