

Übungsblatt Nr.9

1. Man bestimme die Extrema von $f(x)$ und überprüfe ggf. auf Maxima und Minima:

$$f(x) = 3x^3 - 9x + 2$$

2. Man bestimme jeweils die ersten Ableitungen:

$$f(x) = (2x^7 - 4)(x^3 - 6x + 1)$$

$$f(x) = \frac{(2x^7 - 4)}{(x^3 - 6x + 1)}$$

$$f(x) = (x^3 - 6x + 1)^7$$

3. Von $f(x)$ ist eine vollständige Kurvendiskussion durchzuführen (Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Extrema, Wendepunkte, Symmetrieverhalten, Skizze):

$$f(x) = -x^3 + 6x - 5$$

Hausaufgaben:

4. Man bestimme jeweils die ersten Ableitungen:

$$f(x) = \cos(4x^2 - 10x + 1)$$

$$f(x) = \sin(4x - \pi) \cos(2x + \pi)$$

$$f(x) = \frac{2x^2}{\ln x}$$

5. Man bestimme die Funktionsgleichung $f(x)$ eines Polynoms dritten Grades mit den folgenden Eigenschaften:

- a.) $f(x)$ hat eine Nullstelle an $x=2$
 b.) $f(x)$ hat ein Extremum mit den Koordinaten $E(1, 4)$
 c.) $f(x)$ schneidet die y-Achse an der Stelle $y=2$

Lösung Blatt 8:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x + \Delta x} - \frac{1}{x}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{x}{(x + \Delta x)x} - \frac{x + \Delta x}{(x + \Delta x)x}}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{x - x - \Delta x}{(x + \Delta x)x}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\frac{x - x - \Delta x}{(x + \Delta x)x}}{\frac{\Delta x}{1}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} \frac{-\Delta x}{(x + \Delta x)x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-1}{(x + \Delta x)x} = \frac{-1}{x^2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n^2 + n} - n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} - 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} - 1} = \infty$$

$$3b.) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n^2 + x^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n} \frac{1}{n + \frac{x^2}{n}} = 0$$

$$3c.) \lim_{n \rightarrow \infty} n - \frac{2n}{2n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(2n-1)}{2n-1} - \frac{2n}{2n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3n}{2n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n} \frac{2n-3}{2 - \frac{1}{n}} = \infty$$